

HORNEADO DE BIZCOCHUELO: MODELADO DE LA TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

Ureta Maria M., Olivera Daniela F. y Salvadori Viviana O.

Depto. de Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería, UNLP. 48 y 115 (1900), La Plata, Argentina.
Centro de Investigación y Desarrollo en Criotecnología de Alimentos (CIDCA), CONICET CCT La Plata y Fac. Cs. Exactas, UNLP. 47 y 116 (1900), La Plata, Argentina.
micaelaureta@gmail.com

Palabras claves: Horneado, Transferencia de energía, Modelado.

Introducción

El proceso de horneado es una instancia clave para los productos de panadería y pastelería, durante la cual la masa inicial es transformada en un material sólido liviano y poroso y, a su vez, se desarrollan todos los sabores y aromas característicos de los productos (Andresen, 2013). Debido a esto, el proceso debe ser cuidadosamente controlado, especialmente la velocidad y la cantidad de calor transferido, el nivel de humedad de la cámara de horneado y el tiempo de horneado (Therdthai y col., 2002). Por otro lado, la comprensión del proceso de horneado a partir de determinaciones experimentales cuantitativas tales como perfil de temperatura, expansión volumétrica, caracterización de la formación de la estructura porosa, formación de la corteza y reacción de pardeamiento es limitada debido a la complejidad y simultaneidad de todos estos fenómenos. El desarrollo de modelos matemáticos simplificados de transferencia de energía y materia resultan una herramienta muy útil, ya sea para estimar las propiedades termofísicas del producto y los tiempos del proceso o para optimizar el mismo en términos de rendimientos energéticos (Sakin-Yilmazer y col., 2012).

En la producción, tanto en pequeña como en gran escala, de panificados dulces los hornos convectivos son ampliamente utilizados. Dentro de este grupo se encuentran los hornos de convección natural y los hornos que operan bajo modo convección forzada. En los primeros, el perfil de temperatura del aire de la cámara de horneado provoca un perfil de densidad del aire que a través de fuerzas de empuje o flotación induce el movimiento del mismo, en cambio los hornos de convección forzada tienen ventiladores que mantienen el aire caliente del interior circulando constantemente a una velocidad mayor que la que se alcanza en condiciones de convección natural.

Durante el horneado se define la estructura de los productos de panadería y pastelería, fundamentalmente debido al incremento de temperatura interna. Así, la mezcla inicial fluida se transforma en una estructura sólida porosa, la que junto con la formación de la corteza, determina las características de calidad del producto final. Dentro del grupo de panificados dulces, el bizcochuelo es un tipo de masa esponjosa muy utilizada en repostería como base para elaborar tortas y pasteles.

El objetivo de este trabajo, que se enmarca en una línea de investigación más amplia de estudio de diferentes aspectos del horneado de panificados dulces, es implementar un modelo matemático de transferencia de energía para predecir la evolución de la temperatura interna durante el horneado de bizcochuelo.

Materiales y métodos

Modelo matemático

En función del objetivo planteado, se propone resolver el balance de energía (ecuación 1) mediante un modelo numérico de elementos finitos. El dominio de simulación (Ω) o volumen de control se considera un cuerpo homogéneo y continuo que se expande durante el tiempo de procesamiento:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k \nabla T), \quad (I) \quad t \geq 0 \quad (1)$$

El miembro derecho de la igualdad en la ecuación 1 expresa el calor transferido por conducción según la ley de Fourier. En la superficie del producto (II) se considera transferencia de calor por convección (y eventualmente radiación) usando un coeficiente de transferencia de energía, dependiente de la temperatura y de la velocidad del aire en el interior de la cámara de cocción. De esta manera la condición de contorno queda expresada como sigue:

$$\nabla(k \nabla T) = h_c (T_{\text{horno}} - T), \quad (II) \quad (2)$$

En las ecs. 1 y 2, C_p y k son la densidad (kg m^{-3}), el calor específico ($\text{J kg}^{-1} \text{C}^{-1}$) y la conductividad térmica ($\text{W m}^{-1} \text{C}^{-1}$) del producto, respectivamente, T ($^{\circ}\text{C}$) es la temperatura en el interior del producto, T_{horno} la temperatura en la cámara del horno ($^{\circ}\text{C}$), t (s) el tiempo y h_c ($\text{W m}^{-2} \text{C}^{-1}$) el coeficiente de transferencia de calor.

El modelo incorpora propiedades termofísicas variables, en base a la bibliografía (Baik y col., 1999; Bonacina y col., 1973; Choi y Okos, 1986; Rask, 1989) resultan:

- ✓ El aumento de volumen y, en menor medida la pérdida de peso global, afectan directamente el valor de la densidad global del producto, en consecuencia se estimó este parámetro como función de la temperatura interna y de los valores de densidad del producto medidos experimentalmente al inicio ρ_i y al final del proceso de cocción ρ_f , según la ecuación 3:

$$\rho = \left\{ \begin{array}{ll} (1013 - 6.13 T) & T < 100 \\ \rho_i & T \geq 100 \end{array} \right. \quad (3)$$

- ✓ El calor específico, involucra el aporte del calor latente (dependiente de la cantidad de agua evaporada) y del calor sensible (determinado por la composición del producto), ecuación 4:

$$C_p = 2440 + 17876.8 \exp\left(-\exp\left(\frac{-T + 105}{4.5}\right) - \frac{T - 105}{4.5 + 1}\right) \quad (4)$$

- ✓ La conductividad térmica crece suavemente a temperaturas menores a 100°C , y a temperaturas mayores a 100°C su valor decrece bruscamente: el agua se evapora y los poros internos de la miga son ocupados por aire, ecuación 5:

$$k = \left\{ \begin{array}{ll} 0.27 + 0.18 \cdot 10^{-2} T & T < 100 \\ 0.2 & T \geq 100 \end{array} \right. \quad (5)$$

- ✓ El coeficiente de transferencia de calor fue calculado promediando valores teóricos y valores medidos en experiencias de horneado empleando un sensor de flujo de calor (Omega HFS4, EEUU). Para convección natural se adoptó $h_c = 15$, mientras que para convección forzada $h_c = 25$.

En el horneado también se verifica transferencia de materia, especialmente cerca de la superficie (formación de corteza superficial deshidratada). Si bien este modelo no resuelve el balance de materia, a través del calor específico se tiene en cuenta la evaporación superficial.

El modelo matemático propuestose resuelve utilizando el software COMSOL 3.4, acoplado con el programa matemático MATLAB 7.8.0 de manera de introducir las propiedades térmicas definidas por funciones de tipo Heaviside. El dominio de simulación se construye considerando las características geométricas del producto y, suponiendo que la transferencia de energía es uniforme en las superficies laterales, dirigida hacia el centro de la muestra, se propone una geometría bidimensional, axisimétrica respecto al eje central, definida por las coordenadas r y z . A su vez, para tener en cuenta la expansión volumétrica, se incorpora la deformación de la malla de elementos finitos (dominio de simulación) utilizando el método arbitrario de Lagrange–Euler (ALE). La discretización espacial inicial es realizada con el método de mallado normal y la deformación de la malla es resuelta asignando de manera prescripta una velocidad de desplazamiento a la superficie superior del dominio de simulación. Los valores numéricos de dicha velocidad son las derivadas respecto del tiempo de las funciones de evolución de altura h (m), ajustadas a partir de datos experimentales de expansión volumétrica.

Determinaciones experimentales y Validación

Las muestras de bizcochuelo se preparan a partir del batido de huevos frescos (270 g, durante 2 min) y la incorporación de una premezcla comercial Puratos S.A (360 g, prolongando el batido 3 min más). Para cada muestra se vertieron 500 g del batido (2.5 cm de altura inicial) en un molde de aluminio, cilíndrico, de 9 cm de radio y 7 cm de alto, con varillas verticales fijadas en la base, en distintas posiciones ($r=0, 3.5, 6.5$ y 9cm). Las varillas tienen impresa una escala con 5 mm de graduación, y en cada experiencia de horneado se registra el tiempo en que se visualiza (sin abrir la puerta del horno) que la superficie de bizcochuelo llega a cada marca. El horneado se realiza en dos hornos distintos según el modo convectivo: horno eléctrico doméstico, Ariston FM87–FC (convección natural, CN) y horno eléctrico semi-industrial Multiequip HCE-3 (convección forzada, CF). La temperatura de operación se fijó en $140\text{ }^{\circ}\text{C}$ para ambos modos. Se realiza el seguimiento de la temperatura tanto del interior de la cámara de horneado como en el interior del producto, en distintas posiciones: T1 y T2, ubicadas en el eje axial ($r = 0$) y $z = 7.5$ y 5.5 cm , medidos desde la base del molde, respectivamente; T3 a $r = 7.5\text{ cm}$ y a $z = 2\text{ cm}$. Para el registro de esta variable se utilizan termocuplas tipo T (Omega, EEUU) conectadas a un adquirente (Keithley DASTC, EEUU).

Para analizar la bondad de la simulación se calcula el error relativo absoluto porcentual, ε %, entre valores experimentales y valores calculados, según la ecuación 6:

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{|V_{\text{exp}} - V_{\text{pred}}|}{V_{\text{exp}}} \right) 100(6)$$

donde n es el número de datos, V_{exp} es el valor experimental y V_{pred} es el valor predicho por el modelo. Del modo en que fue planteado el modelo, dichos valores serán temperatura ($^{\circ}\text{C}$) o tiempo (s).

Resultados y Discusión

La figura1 presenta los registros experimentales de altura para cada condición ensayada y para cada posición radial (r_0 : centro; $r_{3.5}$, $r_{6.5}$ y r_9 : posiciones correspondientes a las varillas del molde utilizado). En ambas condiciones operativas encontramos que la evolución de altura sigue un comportamiento de tipo sigmoideo: inicialmente permanece constante (fase lag o retardo), luego comienza un aumento gradual y continuo hasta un valor cercano al valor final, y por último se estabiliza. Se observa asimismo que esta variación y los niveles de altura final alcanzados dependen fuertemente de la posición radial. En este sentido, se propone representar la evolución de altura, $h(\text{m})$ con una función empírica, de primer orden

que contempla una demora seguida por un período de crecimiento sigmoideo asintótico hasta la altura máxima registrada, y un término en función del radio (ecuación 7). Para la regresión se utilizó el programa matemático Matlab 7.8 ($R^2 > 0.95$).

$$h = h_0 + (m - qt - r^s) \left[1 - \left(1 + \frac{t}{n} \right) e^{-t/n} \right] \quad 0 \leq r \leq R \quad (7)$$

donde h_0 es la altura inicial de la muestra previa al horneado (0.025 m), t el tiempo de cocción (segundos), r el radio (m) y R el radio total (0.09 m). Luego m , q , s y n son constantes empíricas que dependen de la condición de procesamiento, detalladas en la tabla 1. La derivada de esta expresión (ecuación 8) representa la velocidad de expansión, v_h (m s^{-1}) y como se mencionó previamente se incorpora al modelo para simular la expansión que el bizcochuelo experimenta durante el horneado.

$$V_h = (m - qt - r^s) \left(\frac{t}{n^2} e^{-t/n} \right) \quad (8)$$

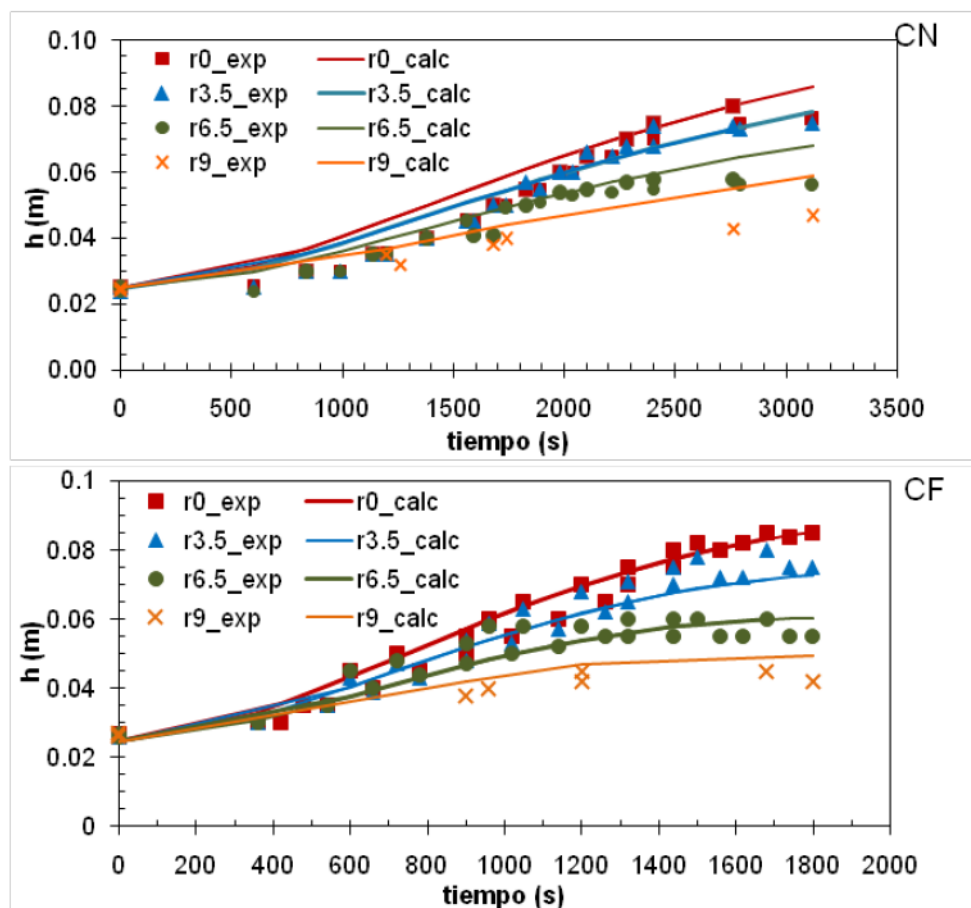


Figura 1. Evolución de altura experimental (símbolos) y ajuste matemático (líneas).

Tabla 1. Constantes empíricas de las ecuaciones 7 y 8.

	m	$q (10^5)$	s	n
CN	0.11	27.00	1.30	1450
CF	0.17	3.35	1.12	1000

En líneas generales, la expansión volumétrica simulada sigue el comportamiento observado experimentalmente en cuanto a la forma y el tamaño del volumen real, aunque el

volumen simulado presenta una leve distorsión en su contorno. A modo de ejemplo la figura 2 muestra el dominio de simulación al inicio y al final del proceso de cocción.

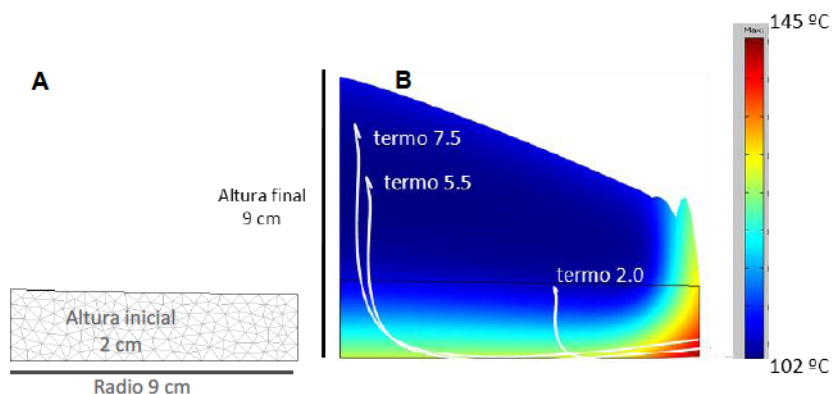


Figura 2. Dominio de simulación inicial (A) y final (B), bajo modo CF.

Para validar el modelo propuesto se compara la temperatura de los nodos de coordenadas (0, 0.075), (0, 0.055) y (0.075, 0.023) m, representativos de las posiciones de las termocupas T1, T2 y T3, con los registros experimentales de las mismas. En la figura 3 se encuentran dichos perfiles experimentales y simulados para ambas condiciones operativas.

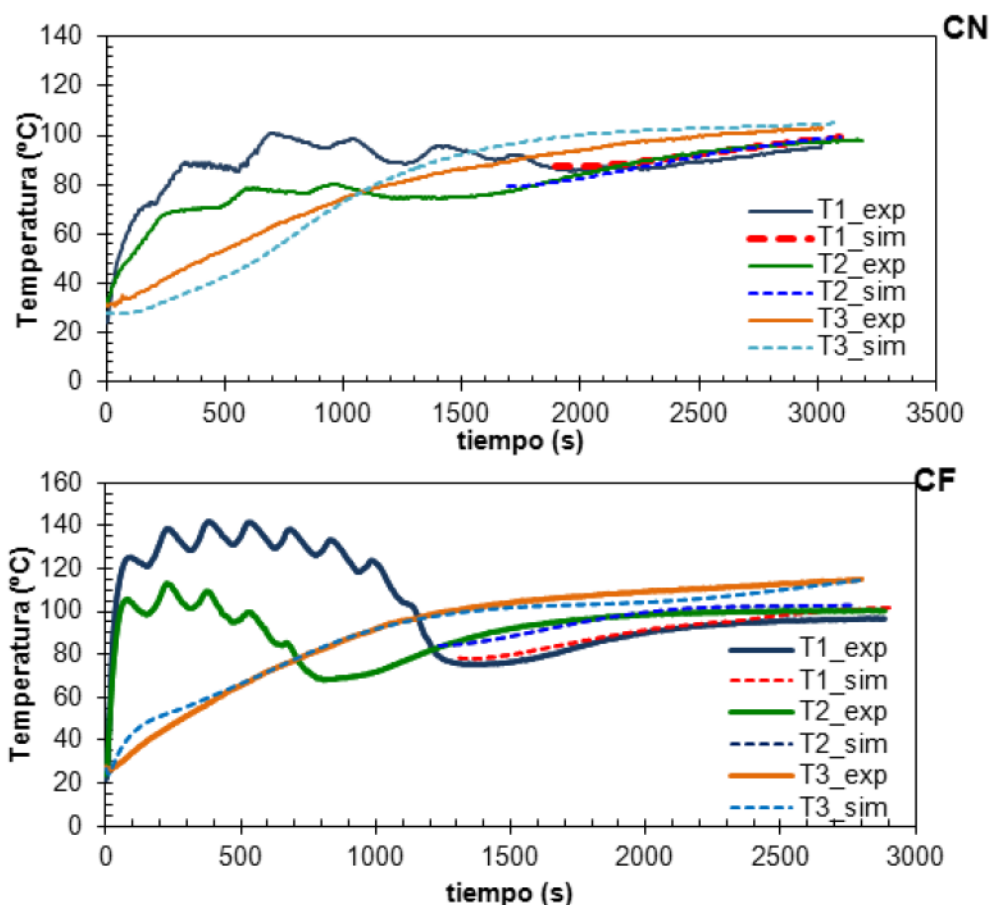


Figura 3. Perfiles de temperatura experimental (línea llena) y predicho (línea partida).

En general, el modelo representa satisfactoriamente el comportamiento de la temperatura interna del producto en las tres posiciones registradas experimentalmente en el interior del producto. T1 y T2 presentan un registro por encima de los 100 °C, circunstancia totalmente

esperable ya que están midiendo la temperatura del aire en las cercanías de la superficie del producto, siendo los valores registrados por la termocupla T2 menores. Experimentalmente se observa que este descenso gradual de temperatura es consecuencia de la expansión volumétrica. Ambas termocuplas alcanzan valores entre 70-80 °C y a partir de ese instante el registro muestra el incremento de la temperatura en el interior de la muestra, hasta estabilizarse en valores cercanos a los 95 °C. La termocupla T3, por su parte registra una evolución de temperatura siempre creciente aunque su velocidad de aumento disminuye a medida que se acerca a los 95 °C. Al final del proceso esta temperatura presenta un período de estabilización alrededor de 105 °C, sensiblemente mayor a las anteriores, lo cual es esperable ya que se encuentra en una región cercana al molde, que tiene una temperatura similar a la de la cámara de cocción. De modo de corroborar estas observaciones, se estudia la precisión del modelo de acuerdo al error ε (%), calculado utilizando la ecuación 6. Este parámetro resulta en un rango de [2.1 – 4] %, [2.1 – 2.3] % y [3.9 – 6] % para T1, T2 y T3, respectivamente, para ambas condiciones operativas estudiadas.

Conclusiones

Se registró la evolución de altura de bizcochuelo durante el proceso. La misma fue representada con una función empírica, considerando el tiempo y el radio como variables independientes. La derivada respecto del tiempo de esta expresión permitió calcular la velocidad de expansión utilizada en el modelo matemático. Los perfiles de temperatura fueron medidos en distintas posiciones, indicando que la última región en alcanzar un grado de cocción satisfactorio fue la cercana a la corteza superior, alrededor del eje axial.

En general, el modelo numérico representó satisfactoriamente los perfiles de temperatura medidos experimentalmente en el interior del producto, el error promedio de la temperatura calculada resulta menor a 6 %. El modelo matemático desarrollado puede ser utilizado para simular el horneado de bizcochuelo y productos similares, de otras geometrías y bajo distintas condiciones operativas. En base a la predicción obtenida, el mismo resulta una herramienta de gran utilidad a los fines prácticos ya que al conocer la historia térmica se pueden derivar otras variables de interés, entre otras el tiempo de procesamiento, evitando la determinación experimental.

Bibliografía

- Andresen M.S. (2013). Experimentally supported mathematical modeling of continuous baking processes. PhD Thesis, Division of Industrial Food Research, National Food Institute, Technical University of Denmark, Lyngby, Dinamarca.
- Baik O.D., Sablani S.S., Marcotte M., Castaigne F. (1999). Modeling the thermal properties of a cup cake during baking. *Journal of Food Science* 64, 295-299.
- Bonacina C., Comini G., Fasano A., Primicerio M. (1973). Numerical solution of phase-change problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 16, 1825-1832.
- Choi Y, Okos M.R. (1986). Effects of temperature and composition on the thermal properties of foods. En: *Food Engineering and Process Applications*, Elsevier Applied Science Publishers, London, 1, 93-101.
- Rask C. (1989). Thermal properties of dough and bakery products: a review of published data. *Journal of Food Engineering* 9, 167-193.
- Sakin-Yilmazer M., Kaymak-Ertekin F., Ilicali C. (2012). Modeling of simultaneous heat and mass transfer during convective oven ring cake baking. *Journal of Food Engineering* 111, 289-298.
- Therdthai N., Zhou, W., Adamczak T. (2002). Optimisation of the temperature profile in bread baking. *Journal of Food Engineering* 55, 41-48.